







- · Modelo a través de la respuesta al escalón:
  - La dinámica del sistema (modelo) se puede obtener a través de la respuesta ante entrada escalón, rampa, impulso, etc.
  - El sistema ha de partir de una situación de reposo.
  - La entrada escalón es la señal habitual para la obtención del modelo del sistema.
- · Modelo en frecuencia (puntos del diagrama de Nyquist)
- Métodos de diseño parten de la información obtenida del ensayo ante entrada escalón o de modelos frecuenciales.







UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# Modelado según respuesta escalón

- · Modelos típicos en control de procesos:
  - Modelo de 2 parámetros
  - Modelo de 3 parámetros
  - Modelo de 4 parámetros
  - Modelos integradores
  - Modelos oscilatorios



ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# Modelo de 2 parámetros

- · Modelo más simple
- Depende de 2 parámetros: ganancia estática K y cte tiempo T (es el mismo modelo de un sistema de 1<sup>er</sup> orden)

$$G(s) = \frac{K}{1+Ts}$$
 siendo  $K = \frac{\Delta(salida)}{\Delta(entrada)}$ 

$$T = t_s$$

T puede tomarse en el 95% o 63% del valor final de la salida.







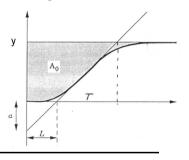
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# Modelo de 2 parámetros

· Otro modelo aproximado: integrador + tiempo muerto

$$G(s) = \frac{a}{s \cdot L} e^{-sL}$$
 siendo  $a = \frac{K \cdot L}{T}$ 

Importante: K representa la variación de la salida con respecto a la variación en la entrada.



ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

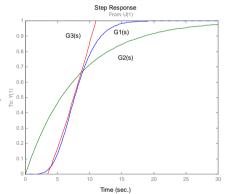
# Ejemplo

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)^8} \quad (sist. real)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(8s+1)}$$

$$G_3(s) = \frac{0.64}{4.3s} \cdot e^{-4.3s}$$

$$G_3(s) = \frac{0.64}{4.3s} \cdot e^{-4.3s}$$



G2 ofrece buena descripción para tiempos largos. La ganancia es correcta y la respuesta es próxima a la respuesta correcta para tiempos largos

G3 aproxima la respuesta muy bien en el intervalo 5≤t≤9, pero la aproximación esta muy mal para



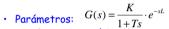




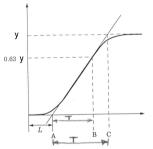
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

### Modelo de 3 parámetros

· Mejor aproximación con 3 modelos



- Ganancia estática K
- Tiempo muerto



La recta es tangente a la curva en el punto de máx pendiente.

- Tiempo muerto normalizado:

Bajo 
$$\tau \to f\acute{a}cil$$
 control Alto  $\tau \to dif\acute{a}cil$  control  $\tau$  = 1  $\to$  retardo puro

$$\tau = \frac{L}{L + T} \qquad 0 < \tau < 1$$

ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

#### Modelo de 3 parámetros

· Otro modelo de mejor aproximación:

$$G(s) = \frac{K}{(1+Ts)^2} \cdot e^{-sL}$$

- · Ky L se determinan igual que en el caso anterior
- T resolviendo la ecuación en el tiempo conocido el valor de la salida en un instante determinado:

$$y(t) = K(1 - (1 + \frac{t - L}{T}) \cdot e^{-(t - L)/T})$$







UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

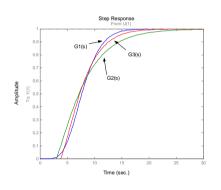
### Modelo de 3 parámetros

- El primer modelo es muy empleado en ajuste de controladores PID, aunque no representa fielmente un proceso de control real.
- El segundo modelo aproxima mejor ya que la respuesta se acerca a la forma en Stípica de los procesos más comunes.

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)^8} \quad (sist. real)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(4.3s+1)} \cdot e^{-4.3s}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{(2s+1)^2} \cdot e^{-4.3s}$$



ESCUELA U INGENIERÍA

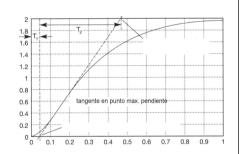
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

#### Modelo de 3 parámetros

• Sin necesidad de determinar parámetros de forma analítica. Todos se obtienen de la gráfica de la respuesta.

$$G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

- K ganancia estática; T1 y T2 se obtienen a través de la tangente en el punto de máx. pendiente.
- Respuesta con forma en *S*.









UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# Modelo de 4 parámetros

· Añadiendo un retraso en el modelo de 3 parámetros anterior:

$$G(s) = \frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)} \cdot e^{-sL}$$

- · Ventaja: es el modelo que mejor aproxima
- Inconveniente: los tiempos se calculan resolviendo numéricamente, midiendo el valor de la salida en 2 instantes de tiempo:
  - y(†1)=y1
  - y(†2)=y2

$$y(t) = K(1 + \frac{T_2 e^{-(t-L)/T_2} - T_1 e^{-(t-L)/T_1}}{T_1 - T_2})$$

**(P)** 

ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

#### Modelos integradores

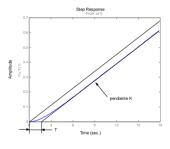
- · Sistemas que no alcanzan un estado final de reposo.
- Modelo impreciso para procesos estables en altas frecuencias y

y mejor para bajas frecuencias

 $G(s) = \frac{a}{s \cdot L} e^{-sL}$ 

- Modelo óptimo:  $G(s) = \frac{K}{s(1+Ts)} \cdot e^{-sL}$  Hay que resolver numéricamente para obtener L y T.
- Modelo intermedio:  $G(s) = \frac{K}{s(1+Ts)}$

K es la pendiente de la recta (ojo, afectada de la amplitud del escalón de entrada). T el punto de corte con abcisa.









UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

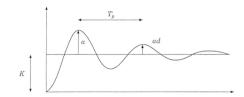
# Modelos oscilatorios

- · Modelo de un sistema de 2º orden
  - K ganancia estática
  - $\zeta$  coeficiente de amortiguamiento
  - ω<sub>n</sub> frecuencia natural no amortiguada
- · Periodo de oscilación:

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

· Razón decrecimiento:

$$d = e^{-2\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$$



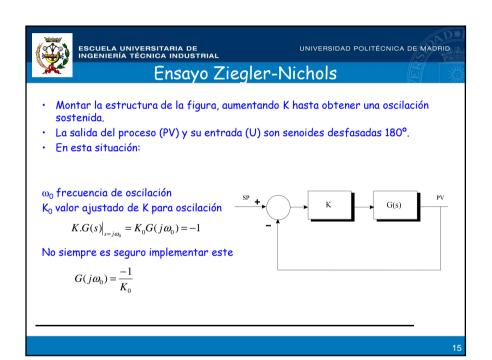
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

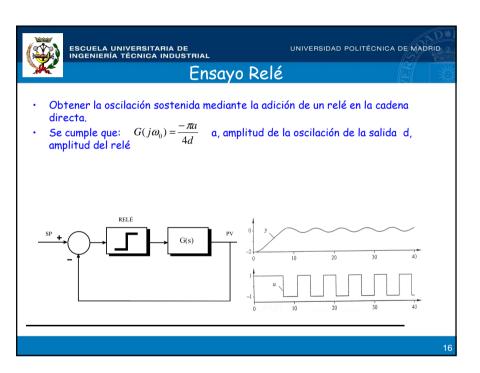
# Modelado en frecuencia

- Llevar al sistema a un estado de permanente oscilación y medir puntos interesantes (del diagrama de Nyquist).
- Métodos:
  - Ensayo Ziegler-Nichols.
  - Ensayo con relé.















UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# Perturbaciones del modelo

- Efectos que aplicados sobre el sistema modifican su funcionamiento. Si el sistema está en un punto estable y de reposo, las perturbaciones pueden sacarlo de ese punto.
- Sin perturbaciones no es necesario control.
- · Pueden ser predecibles o impredecibles.
- · Modelos simples: impulso, escalón, rampa, senoide
- · Modelos complejos: combinaciones de los anteriores
- · RUIDO: señales perturbadoras de difícil modelado
- · Representación de las perturbaciones:

escalón z(s)=1/s rampa  $z(s)=1/s^2$ 

impulso z(s)=1 senoide  $z(s)=\omega^2/(s^2+\omega^2)$ 



ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# Perturbaciones del modelo

- Perturbaciones usuales en el sistema:
  - Cambios de referencia (SP), suelen ser predecibles pues corresponde a cambios realizados por el usuario para modificar el funcionamiento del sistema. Es medible, puede tratarse, filtrarse, acotarse, etc.
  - Perturbaciones de carga, son importantes ya que están ligadas al proceso, bien a su entrada o a su salida (ejemplo: variaciones de flujo de entrada, de la potencia de una máquina, etc). Suelen ser de baja frecuencia.





